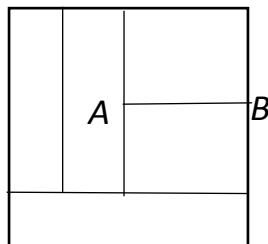


7 класс

1. Придумайте такое трехзначное число, состоящее из различных ненулевых цифр, такое, что если взять любую из его цифр и прибавить к ней 1, то получим делитель исходного числа.

2. Квадрат разрезан на прямоугольники равной площади так, как показано на рисунке. Найдите площадь квадрата, если отрезок AB равен 1.



3. Можно ли в каждую клетку квадрата 5×5 поставить 0 или 1 так, чтобы сумма в каждом квадратике 2×2 делилась на 3, при этом в таблице бы встречались и нули, и единицы?

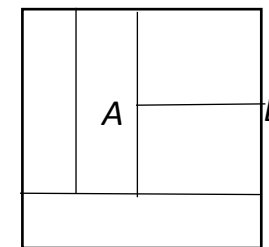
4. Среднее арифметическое нескольких подряд идущих натуральных чисел больше, чем самое маленькое из них, в 5 раз. Во сколько раз среднее арифметическое меньше, чем наибольшее из этих чисел?

5. В стране Думуляндии из каждого города выходило ровно 10 дорог, каждая дорога соединяла ровно два города. Из любого города можно было добраться до любого другого, возможно, через другие города – это было ПРЕКРАСНОЕ свойство. Но во время наводнения затопило два города – А и Б, соединенные дорогой, после чего для незатопленных городов ПРЕКРАСНОЕ свойство уже не выполнялось (так как через затопленные города ездить нельзя). Докажите, что до наводнения было достаточно закрыть 9 дорог, чтобы ПРЕКРАСНОЕ свойство нарушилось.

7 класс

1. Придумайте такое трехзначное число, состоящее из различных ненулевых цифр, такое, что если взять любую из его цифр и прибавить к ней 1, то получим делитель исходного числа.

2. Квадрат разрезан на прямоугольники равной площади так, как показано на рисунке. Найдите площадь квадрата, если отрезок AB равен 1.



3. Можно ли в каждую клетку квадрата 5×5 поставить 0 или 1 так, чтобы сумма в каждом квадратике 2×2 делилась на 3, при этом в таблице бы встречались и нули, и единицы?

4. Среднее арифметическое нескольких подряд идущих натуральных чисел больше, чем самое маленькое из них, в 5 раз. Во сколько раз среднее арифметическое меньше, чем наибольшее из этих чисел?

5. В стране Думуляндии из каждого города выходило ровно 10 дорог, каждая дорога соединяла ровно два города. Из любого города можно было добраться до любого другого, возможно, через другие города – это было ПРЕКРАСНОЕ свойство. Но во время наводнения затопило два города – А и Б, соединенные дорогой, после чего для незатопленных городов ПРЕКРАСНОЕ свойство уже не выполнялось (так как через затопленные города ездить нельзя). Докажите, что до наводнения было достаточно закрыть 9 дорог, чтобы ПРЕКРАСНОЕ свойство нарушилось.

8 класс

1. Придумайте такое четырехзначное число, состоящее из различных ненулевых цифр, такое, что если взять любую из его цифр и прибавить к ней 1, то получится делитель исходного числа.
2. Среднее арифметическое нескольких подряд идущих натуральных чисел больше, чем самое маленькое из них, в 5 раз. Во сколько раз среднее арифметическое меньше, чем наибольшее из этих чисел?
3. В произведении $a^{b^c} c^d e^e f^g g^k l^m m^a$ Вася заменил каждую букву на натуральное число от 1 до 10 (разные буквы – на разные числа, одинаковые – на одинаковые). На какую наибольшую степень двойки может делиться произведение?
4. Внутри угла $\angle BAC=45^\circ$ взята точка D так, что $\angle ADB = \angle ADC = 45^\circ$. Из точки D опустили перпендикуляр на прямую AB и продлили его на свою длину, получили точку D_1 . Из точки D опустили перпендикуляр на прямую AC и продлили его на свою длину, получили точку D_2 . Докажите, что точки D_1, D_2, B и C лежат на одной прямой.
5. В клубе собралось 2013 человек, часть из них знакома, а часть – нет (знакомство всегда обоюдно). Известно, что если взять любых двух людей A и B , то либо оба они ни с кем из остальных людей незнакомы, либо каждый из них имеет хотя бы одного знакомого среди остальных (это могут быть разные люди). Чему может быть равно наименьшее возможно число пар знакомых среди посетителей клуба, если хотя бы одна пара знакомых все-таки есть?

8 класс

1. Придумайте такое четырехзначное число, состоящее из различных ненулевых цифр, такое, что если взять любую из его цифр и прибавить к ней 1, то получится делитель исходного числа.
2. Среднее арифметическое нескольких подряд идущих натуральных чисел больше, чем самое маленькое из них, в 5 раз. Во сколько раз среднее арифметическое меньше, чем наибольшее из этих чисел?
3. В произведении $a^{b^c} c^d e^e f^g g^k l^m m^a$ Вася заменил каждую букву на натуральное число от 1 до 10 (разные буквы – на разные числа, одинаковые – на одинаковые). На какую наибольшую степень двойки может делиться произведение?
4. Внутри угла $\angle BAC=45^\circ$ взята точка D так, что $\angle ADB = \angle ADC = 45^\circ$. Из точки D опустили перпендикуляр на прямую AB и продлили его на свою длину, получили точку D_1 . Из точки D опустили перпендикуляр на прямую AC и продлили его на свою длину, получили точку D_2 . Докажите, что точки D_1, D_2, B и C лежат на одной прямой.
5. В клубе собралось 2013 человек, часть из них знакома, а часть – нет (знакомство всегда обоюдно). Известно, что если взять любых двух людей A и B , то либо оба они ни с кем из остальных людей незнакомы, либо каждый из них имеет хотя бы одного знакомого среди остальных (это могут быть разные люди). Чему может быть равно наименьшее возможно число пар знакомых среди посетителей клуба, если хотя бы одна пара знакомых все-таки есть?