

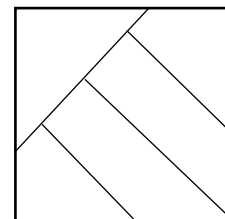
Городская математическая олимпиада им. Е.Н. Анисимовой, апрель 2017 г.

Школьный тур, 4 класс, решения и критерии

Задача 1. Маша делает домашнее задание по математике из двух примеров дольше, чем Катя учит стих. Пока Катя учит стих, Вася успевает сделать упражнение по русскому языку и одеться, причем одевается он быстрее, чем делает упражнение. Докажите, что Маша делала какой-то пример дольше, чем Вася одевался.

Решение. Вася тратит на одевание меньше половины своего времени. Время Васи равно времени Кати, а значит, меньше Машиного. Какой-то из двух примеров Маша делает больше половины своего времени, поэтому она делает его дольше, чем Вася одевается.

Критерии. Решение на конкретном примере – 0 баллов.



Задача 2. Можно ли квадрат разрезать на треугольник и четыре четырехугольника, чтобы не осталось ничего лишнего?

Решение. Да, можно. См. рис. Примеров разрезания может быть много.

Критерии. Любое правильное разрезание – 7 баллов. Ответ без разрезания – 0 баллов.

Задача 3. Компания девочек играла в фантики, у каждой из девочек был хотя бы один фантик, и у всех – разное количество фантиков. Аня сказала: «У нас в сумме больше 10 фантиков». Вера ответила: «Но у каждой количество фантиков не больше 4». Катя заверила, что у неё фантиков больше всех. Оказалось, что все ошиблись. Сколько было девочек в компании, если кто-то мог и не высказываться?

Ответ: трое. **Решение.** Из Аниного высказывания следует, что фантиков не больше 10, а из Вериного – что у кого-то фантиков пять или больше. Тогда на остальных девочек остается не больше 5 фантиков, а значит, на троих не хватит (на троих надо минимум $1+2+3=6$), всего девочек не больше трех. А трое девочек точно есть.

Критерии. Ответ без доказательства – 1 балл.

Задача 4. Расставьте числа от 1 до 29 по кругу так, чтобы каждые два соседа имели в записи одинаковую цифру.

Ответ: да, можно. **Решение.** Например, 21- 1-11-12-2-22-23-3-13-14-4-24-25-5-15-16-6-26-27-7-17-18-8-28-29-9-19-10-20-21... Могут быть и другие решения

Критерии. Ответ без примера – 0 баллов. Правильный пример – 7 баллов. Если пример неправильный (пропущено одно число, например), но понятен принцип построения примера и ошибка легко исправляется – 3 балла.

Задача 5. На доске написано четыре натуральных числа. Аня сказала, что если взять любые два из них, то разность между ними равна 2, 3, 6 или 9. Докажите, что нет чисел с разностью два.

Решение. Заметим, что если взять три числа, то разность между наибольшим и наименьшим равна сумме разности соседей. Допустим, что на доске есть два числа с разностью 2, тогда это наименьшая разность. Но $2+2=4$, $2+3=5$, $2+6=8$, $2+9=11$, поэтому такое невозможно. Значит, разности 2 нет.

Критерии. Особых критериев нет

Городская математическая олимпиада им. Е.Н. Анисимовой, апрель 2017 г.

Школьный тур, 5 класс, решения и критерии

Задача 1. Расставьте между некоторыми цифрами знаки действий $+$, $-$, $:$, \cdot и, возможно, скобки так, чтобы равенство $2\ 3\ 0\ 4\ 2\ 0\ 1\ 7 = 100$ стало верным. Если между цифрами не стоит знак, то они образуют многозначное число.

Решение. $23 \cdot (0+4) + 2 \cdot 0 + 1 + 7$. Могут быть и другие варианты

Критерии. Правильный вариант даже без вычислений – 7 баллов.

Задача 2. У Нади конфет столько же, сколько у Тани и Дины вместе. У Тани конфет вдвое меньше, чем у Нади и Дины вместе. Во сколько раз у Дины конфет меньше, чем у Нади и Тани вместе?

Ответ: в пять раз. Решение. Из первого предложения получаем, что у Нади половина всех конфет. Из второго – что у Тани треть всех конфет. Значит, у Дины $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ всех конфет, поэтому у неё в пять раз меньше, чем у других.

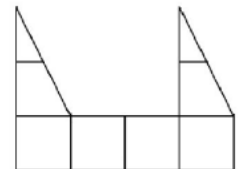
Критерии. Ответ без обоснования – 1 балл. Ответ с примером – 1 балл. Решения с подобранными конкретными числовыми значениями – 2 балла.

Задача 3. В шеренге стоят 200 человек, ровно одного из них зовут Артур. Каждый стоящий в шеренге либо рыцарь, который всегда говорит только правду, либо лжец, который всегда лжет. Каждый произнес фразу: «Между мной Артуром стоит ровно два рыцаря и ровно два лжеца». Сколько в шеренге рыцарей?

Ответ: рыцарей нет. Решение. Возьмем самого близкого к Артуру рыцаря. Между ним и Артуром рыцарей нет, значит, эта фраза не может быть правдой. Значит, рыцарей вообще нет.

Критерии. Ответ без пояснений – 1 балл. Приводить пример (т.е. проверять, что случай, когда все лжецы непротиворечив) не обязательно.

Задача 4. Разрежьте фигуру, которую вы видите на рисунке, на две одинаковые части. Части называются одинаковыми, если они совпадают при наложении. БУДЬТЕ ВНИМАТЕЛЬНЫ!



Решение. см. рис. Обратите внимание, что второе разрезание (разрезание вертикальной линией) – НЕВЕРНОЕ! Дано специально, чтобы его при проверке не засчитывали.



Критерии. Правильное разрезание – 7 баллов

Задача 5. На доске написано несколько натуральных чисел. Если взять любые два из них, то разность между ними равна 2, 3, 6 или 9. Какое наибольшее количество чисел могло быть написано? Приведите пример и докажете, что нет варианта с большим количеством чисел.

Ответ: четыре числа. Решение. Например 1, 4, 7, 10. Заметим, что если взять три числа, то разность между наибольшим и наименьшим равна сумме разности соседей. Допустим, что на доске написано более четырех чисел и среди них есть два с разностью 2. Но $2+2=4$, $2+3=5$, $2+6=8$, $2+9=11$, поэтому такое невозможно. Значит, разности 2 нет. Разность между наибольшим и наименьшим числом не больше 9, а разность между соседними не меньше 3. Значит, всего чисел не больше 4.

Критерии. Пример без оценки – 2 балла. Оценка без примера – 3 балла. Доказательство того, что разности 2 не бывает – 2 балла (могут вычитаться, если доказательства нет).

Городская математическая олимпиада им. Е.Н. Анисимовой, апрель 2017 г.
Школьный тур, 6 класс

Задача 1. На праздник пришли Паша, Дана, Миша, Маша, Дима, Дина, Тима и Даша, всего восемь детей. Сможет ли воспитательница расставить их в хоровод так, чтобы наборы букв в именах любых двух соседей отличались ровно одной буквой?

Решение. Ответ: -Маша-Паша-Даша-Дана-Дина-Дима-Тима-Миша-

Критерии. Особых критериев нет.

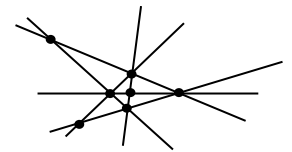
Задача 2. У Васи есть двое часов со стрелками, одни из которых спешат на столько же часов, на сколько отстают другие, но Вася забыл, какие из них спешат, а какие – отстают, а главное, на сколько часов. Докажите, что Вася никогда не сможет определить по ним точное время.



Решение. Представим себе часы с двумя часовыми стрелками, одна из которых соответствует часовой стрелке первых васиных часов, а другая - второй. Тогда заметим, что циферблат делится на две дуги концами двух стрелок. Несложно проверить, что сейчас может быть как столько времени, сколько соответствует середине одной дуги, так и столько, сколько соответствует середине второй.

Критерии. Просто пример (конкретное время и два варианта) – 2 балла.

Задача 3. Нарисуйте 6 прямых и отметьте на них 7 точек так, чтобы на каждой прямой было отмечено ровно по 3 точки.



Решение. см. рис.

Критерии. Правильный пример – 7 баллов.

Задача 4. Мама дала троим своим детям мелочь – монеты достоинствами в 2, 5 и 10 рублей. Двоим младшим она дала поровну, а старшему – в три раза больше, чем каждому из младших, поручив ему сходить в магазин. Докажите, что либо двухрублевых монет среди выданной суммы не было, либо их было не меньше пяти.

Решение. Общая сумма денег впятеро больше, чем сумма, выданная каждому младшему, значит, общая сумма делится на 5. 5 и 10 кратны пяти, значит, число двухрублевых монет делится на 5, поэтому оно либо ноль, либо 5 и больше.

Критерии. Особых критериев нет.

Задача 5. Есть три двузначных числа. Если сложить те из них, в записи которых есть цифра 3, получится 80. Если сложить числа, где есть цифра 4, получится 90. А сколько получится, если сложить все 3 числа?

Ответ. 127. Решение. Поскольку в числах 80 и 90 нет цифр 3 и 4, мы каждый раз складывали как минимум по два числа. При этом не может быть, чтобы в одну сумму вошло три числа, а в другую – два, так как тогда было бы слагаемое $90-80=10$, в котором нет ни цифры 3, ни цифры 4. Значит, в каждую сумму входит ровно по два числа. Какое-то число вошло в обе суммы, то есть среди наших чисел есть число 34 или 43. 34 не подходит, так как $90-34 = 56$ не содержит четверки. 43 подходит: $90-43 = 47$, $80-43 = 37$. Тем самым, ответ $43+47+37 = 127$.

Критерии. Ответ – 1 балл. Ответ с примером – 2 балла.