

VI Ижевский Командный Турнир Математиков

5 классы, высшая лига

Математическая регата, 21 ноября 2013г.

Команда _____

1 тур. Время – 10 минут.

Задача 1-1. (2 балла) ТОЛЬКО ОТВЕТ

У Маши, Ани и Веры 111 рублей. Если Маша даст Ане 2 рубля, а Вере даст 5 рублей, то у них станет поровну. Сколько рублей было у Маши?

РЕШЕНИЕ.

В итоге у всех девочек стало поровну денег, то есть по $111:3 = 37$ рублей. Маша отдала в сумме 7 рублей, значит, у неё было 44 рубля. У Ани было 35 рублей, а у Веры – 32 рубля.

VI Ижевский Командный Турнир Математиков

5 классы, высшая лига

Математическая регата, 21 ноября 2013г.

Команда _____

1 тур. Время – 10 минут.

Задача 1-2. (3 балла) ПОКАЗАТЬ, КАК ДЕЙСТВОВАТЬ ОПТИМАЛЬНО. Доказывать, что за меньшее число ходов невозможно, не надо.

На доске написано число 1. За один ход разрешается либо прибавить к числу сумму всех его цифр, либо изменить одну любую цифру. За какое наименьшее количество ходов можно получить четырехзначное число?

РЕШЕНИЕ.

$1 \rightarrow 9 \rightarrow 18 \rightarrow 98 \rightarrow 115 \rightarrow 915 \rightarrow 995 \rightarrow 1018.$

Минимум 7 ходов, могут быть и другие варианты действий, но ходов не более 7.

VI Ижевский Командный Турнир Математиков

5 классы, высшая лига

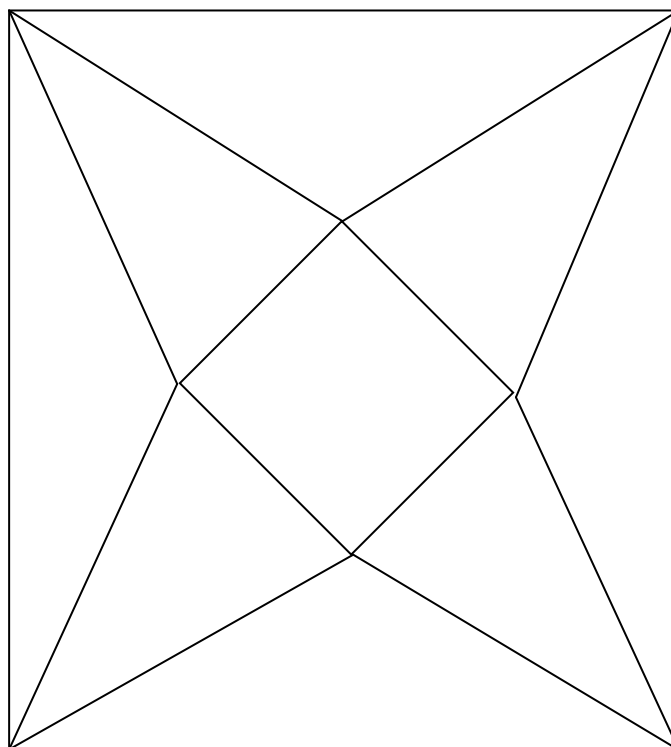
Математическая регата, 21 ноября 2013г.

Команда _____

1 тур. Время – 10 минут.

Задача 1-3. (5 баллов) ОТВЕТ

В сказочной стране 8 городов и из каждого города выходит ровно 4 дороги. Известно, что никакие две дороги не пересекаются. Нарисуйте карту этой страны, обозначив города точками, а дороги – отрезками.



VI Ижевский Командный Турнир Математиков

5 классы, высшая лига

Математическая регата, 21 ноября 2013г.

Команда _____

2 тур. Время – 15 минут.

Задача 2-1. (2 балла) ТОЛЬКО ОТВЕТ

Если кролик научится прыгать в 2 раза дальше, чем умеет, при этом будет делать каждый прыжок в 1,5 раза медленнее, то ему понадобится ровно 12 минут, чтобы добраться до норки. За сколько минут кролик может это сделать сейчас?

РЕШЕНИЕ.

Так как два новых прыжка занимают время, как 3 старых, и расстояние преодолевается как в 4 старых, то скорость будет в $\frac{4}{3}$ раза больше, значит, время сократится в $\frac{4}{3}$ раза. Умножаем 12 на $\frac{3}{4}$, получаем 9 минут

Ответ: 9 минут

VI Ижевский Командный Турнир Математиков

5 классы, высшая лига

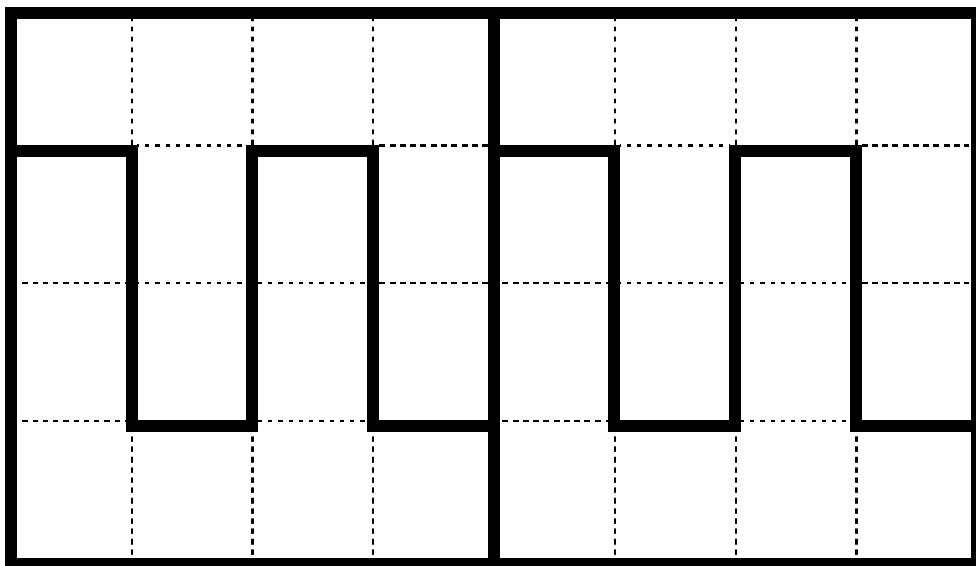
Математическая регата, 21 ноября 2013г.

Команда _____

2 тур. Время – 15 минут.

Задача 2-2. (3 балла) ТОЛЬКО РАЗРЕЗАНИЕ.

Разрежьте прямоугольник 8×4 на четыре равные фигуры так, чтобы из них нельзя было вырезать квадрат 2×2 .



VI Ижевский Командный Турнир Математиков

5 классы, высшая лига

Математическая регата, 21 ноября 2013г.

Команда _____

2 тур. Время – 15 минут.

Задача 2-3. (5 баллов) Ответ обоснуйте

Солдаты выстроились в колонну по одному, причём среди солдат есть только брюнеты, блондины и рыжие. Есть ровно 17 брюнетов, которым в затылок дышат блондины, а еще есть ровно 23 блондина, за которыми сразу стоят брюнеты. Какое наименьшее число рыжих могло быть в строю?

ОТВЕТ: 5 рыжих

РЕШЕНИЕ: Заметим, что в строю минимум 23 блондина и 23 брюнета. «островки» брюнетов и блондинов чередуются, при этом ровно 17 раз за брюнетом сразу идет блондин. Значит, в остальных случаях либо никого нет сзади (это конец шеренги), либо они разбавлены рыжими. Значит, рыжих минимум 5.

Пример Блонд-Брюн-Блонд-Брюн..Блонд-Брюн(18 раз)-Рыж- Блонд-Брюн (5 раз)

VI Ижевский Командный Турнир Математиков

5 классы, высшая лига

Математическая регата, 21 ноября 2013г.

Команда _____

3 тур. Время – 20 минут.

Задача 3-1. (3 балла) ОТВЕТ С ОБОСНОВАНИЕМ

Найдите наибольшее четырехзначное число, кратное 9, все цифры которого возрастают от разряда тысяч до разряда 1.

РЕШЕНИЕ.

Сумма цифр этого числа должна быть кратна 9, но она не может быть больше 27 (так как больше – 36, а это бывает в четырехзначных числах только у 9999). Так как $27:4 = 6,75$, то первая цифра не больше 6. Если начать с 6, получится 6789, сумма цифр уже 30. Придется начинать с 5. Тогда наибольшее 5789, но тут сумма цифр равна 30. Далее, в числе 5689 сумма цифр равна 28. Остается ответ **5679**

VI Ижевский Командный Турнир Математиков

5 классы, высшая лига

Математическая регата, 21 ноября 2013г.

Команда _____

3 тур. Время – 20 минут.

Задача 3-2. (5 баллов)

ПОКАЗАТЬ, КАК ДЕЙСТВОВАТЬ ОПТИМАЛЬНО. Доказывать, что за меньшее число ходов невозможно, не надо.

На доске написано число 1. За один ход разрешается либо прибавить к числу сумму всех его цифр, либо изменить одну любую цифру. За какое наименьшее количество ходов можно получить 1000?

1→6→12→92→103→183→983→1003→1000

Могут быть другие решения.

За 8 ходов.

VI Ижевский Командный Турнир Математиков

5 классы, высшая лига

Математическая регата, 21 ноября 2013г.

Команда _____

3 тур. Время – 20 минут.

Задача 3-3. (7 баллов) ТОЛЬКО ОТВЕТ

На планете Куб (разумеется, имеющей форму куба) каждой гранью владеет рыцарь (который всегда говорит правду) или лжец (который всегда врет). Каждый из них утверждает, что не менее трёх из его соседей – лжецы. Сколько рыцарей и сколько лжецов владеют гранями планеты (необходимо указать все возможные варианты)?

ОТВЕТ: 2 рыцаря

Все жители не могут быть лжецами, так тогда каждый лжец имеет 4 соседей – лжецов. Рассмотрим рыцаря. Тогда вокруг него а) либо 4 лжеца-соседа. Тогда у каждого из них уже 2 лжеца-соседа, значит, оставшийся – рыцарь. Всего 2 рыцаря. б) Либо 3 лжеца-соседа и один рыцарь. Тогда у него в соседях уже есть 2 лжеца и 1 рыцарь, значит. Оставшийся житель – лжец. В любом случае рыцарей только двое.

VI Ижевский Командный Турнир Математиков

5 классы, высшая лига

Математическая регата, 21 ноября 2013г.

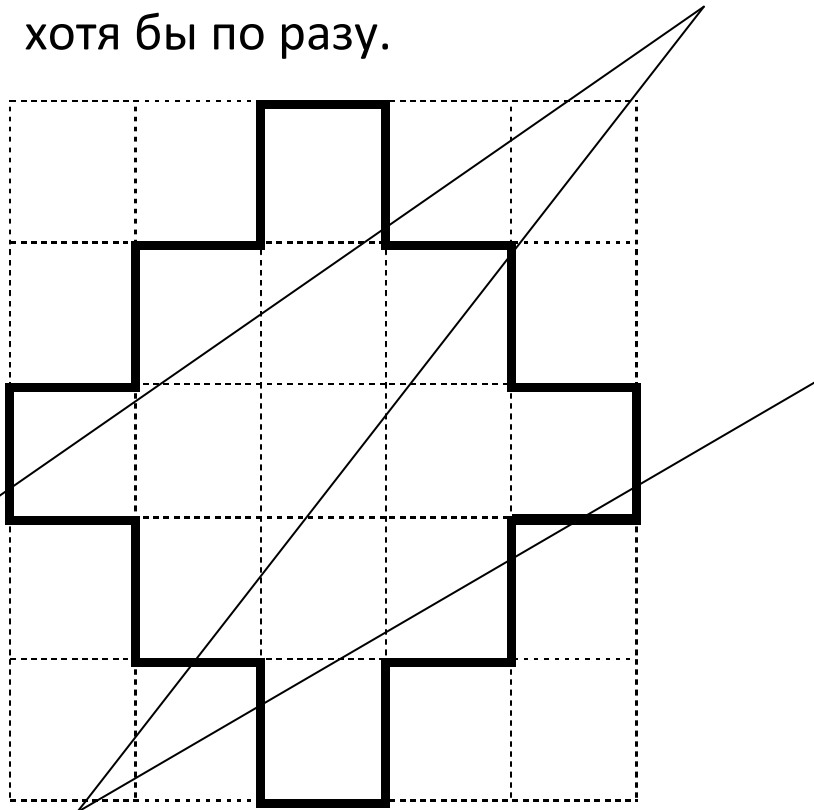
Команда _____

4 тур. Время – 25 минут.

Задача 4-1. (4 балла) ОТВЕТ+РИСУНОК

Нарисуйте ломаную (это кривая, состоящая из отрезков) с наименьшим числом звеньев так, чтобы она перечеркивала каждую клетку данной фигуры хотя бы по разу.

хотя бы по разу.



VI Ижевский Командный Турнир Математиков

5 классы, высшая лига

Математическая регата, 21 ноября 2013г.

Команда _____

4 тур. Время – 25 минут.

Задача 4-2. (6 баллов) ТОЛЬКО ПРИМЕР

Замените буквы слова НОЯБРЬ различными цифрами и расставьте между ними скобки и знаки арифметических действий так, чтобы в результате получилось 2013. Объединять цифры в двузначные числа нельзя.

РЕШЕНИЕ:

Например, так

$$9 \times 8 \times 7 \times 4 - 1 - 2 = 2013.$$

Могут быть и другие варианты.

VI Ижевский Командный Турнир Математиков

5 классы, высшая лига

Математическая регата, 21 ноября 2013г.

Команда _____

4 тур. Время – 25 минут.

Задача 4-3. (11 баллов) ОБОСНОВАНИЕ

У числа 2013 сумма цифр равна 6, а произведение - 0 .

Сколько еще существует четырехзначных чисел с таким же свойством?

ОТВЕТ: Всего 46.

Так как произведение 0, то один ноль должен быть обязательно.

Если три нуля, то всего одна цифра, и она равна 6, число 6000 – 1 вариант.

Если два нуля, то либо 3+3, либо 1+5, либо 2+4. Если 3+3, то 3 впереди, оставшаяся на любом месте – 3 варианта. Если же 1+5, 2+4, то число вариантов возрастает вдвое, то есть их по 6. Всего $3+6+6=15$ вариантов.

Если один ноль, то получаем 1+1+4, 1+2+3, 2+2+2. Если 1+2+3, то всего вариантов перестановки $4!=24$, но при этом в 6 случаях впереди стоит ноль, поэтому четырехзначных чисел всего 18.

Если же 1+1+4, то их в два раза меньше, то есть 9. Если 2+2+2, таких вариантов всего 3.

Складывая всё, получаем $1+15+18+9+3=46$.

VI Ижевский Командный Турнир Математиков

5 классы, высшая лига

Математическая регата, 21 ноября 2013г.

Команда _____

5 тур. Время – 20 минут.

Задача 5-1. (3 балла) Обоснование

21 ноября 2007 года в семье было трое детей. К 21 ноября 2013 года общий суммарный возраст детей в семье увеличился на 27 лет. Какое наименьшее число детей в семье может быть сейчас?

За 6 лет возраст трех детей увеличился на 18. Но общая сумма увеличилась на 27, то есть дополнительно откуда-то взялось 9 лет. Если родился один ребенок, то сумма могла увеличиться максимум на 6. Значит, минимум двое. Такое возможно, если один родился в декабре 2007, а еще один – в декабре 2008. **Итого минимум 5 детей.**

VI Ижевский Командный Турнир Математиков

5 классы, высшая лига

Математическая регата, 21 ноября 2013г.

Команда _____

5 тур. Время – 20 минут.

Задача 5-2. (5 баллов) ОТВЕТ

Из сырных кубиков $1 \times 1 \times 1$ сложили куб $4 \times 4 \times 4$. Оказалось, что 21 ноября появилась плесень на одном из угловых кубиков. Далее, каждый день появляется плесень на тех кубиках $1 \times 1 \times 1$, у которых днем раньше появился соседний по грани кубик с плесенью. Какого числа покроется плесенью последний кубик? (грань – это квадратик)

ПОНЯТНО, что плесень как бы идет по пути из кубика в кубик через грань. Поэтому она должна преодолеть путь в длину, ширину и высоту в 3 кубика в любом порядке, чтобы дойти до самого дальнего. **ИТОГО 9 дней**

Пример легко строится.

VI Ижевский Командный Турнир Математиков

5 классы, высшая лига

Математическая регата, 21 ноября 2013г.

Команда _____

5 тур. Время – 20 минут.

Задача 5-3. (7 баллов) Нарисовать все возможные варианты

Сколько существует различных шестиугольников со сторонами по линиям сетки таких, что их площадь равна 7?

Их всего 6, см. рис.

